南京理工大学

2017 年硕士学位研究生入学考试试题

科目代码：843　　科目名称：量子力学　　满分：150 分

注意：①认真阅读答题纸上的注意事项；②所有答案必须写在$\boxed{\text{答题纸}}$上，写在本试题纸或草稿纸上均无效；③本试题纸需随答题纸一起装入试题袋中交回！

一 简答题（每题 6 分，共 60 分）

（1）验证德布罗意波的存在的实验有哪些？验证电子有自旋的实验有哪些？

（2）若$\psi_{nlm}=R_{nl}(r)Y_{lm}(\theta,\varphi)$为氢原子的波函数，$n,l,m$的取值范围分别是什么？

（3）偶极跃迁中，角量子数与磁量子数的选择定则为什么？

（4）当体系处于归一化波函数$\psi(\bar{r},t)$所描述的状态时，简述在$\psi(\bar{r},t)$状态中测量力学量 F 的可能值及其几率的方法。

（5）如果ψ_1和ψ_2是体系的可能状态，那么它们的线性迭加：$\psi=c_1\psi_1+c_2\psi_2$（c_1，c_2是复数）是这个体系的一个可能状态吗？（2）如果ψ_1和ψ_2是能量的本征态，它们的线性迭加：$\psi=c_1\psi_1+c_2\psi_2$还是能量本征态吗？为什么？

（6）$C(p,t)$为归一化的动量表象下的波函数，则$|C(p,t)|^2dp$的物理意义是什么？

（7）两个对易的力学量是否一定同时确定？为什么？

（8）在量子力学中，微观体系的状态用什么完全描述？力学量用什么表示？

（9）厄米算符是如何定义的？

（10）简述变分法的思想。

二 证明题（15 分）

定义$[\hat{A},\hat{B}]_+\equiv\hat{A}\hat{B}+\hat{B}\hat{A}$（反对易式）

证明：$[\hat{A},\hat{B}\hat{C}]=\hat{A}[\hat{B},\hat{C}]_+-[\hat{B},\hat{C}]_+\hat{A}+\hat{C}[\hat{A},\hat{B}]_+-[\hat{A},\hat{C}]\hat{B}$

三 证明题（10 分）

定义 Pauli 算符$\hat{\sigma}$与自旋角动量算符$\hat{S}$的关系为$\hat{S}=\frac{\hbar}{2}\hat{\sigma}$，证明：$\hat{\sigma}_x\hat{\sigma}_y\hat{\sigma}_z=i$

四 计算题（15 分）

已知氢原子在$t=0$时处于状态$\psi(x,0)=\frac{1}{3}\varphi_2(x)\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}-\frac{2}{3}\varphi_1(x)\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}+\frac{\sqrt{2}}{3}\varphi_3(x)\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}$，

其中，$\varphi_n(x)$为该氢原子的第n个能量本征态。求能量及自旋z分量的取值概率与平均值。附氢原子能量本征值　$E_n=\frac{E_1}{n^2}$，$E_1=-13.6eV$

五 计算题（15 分）

一刚性转子转动惯量为 I，它的能量的经典表示式是$H=\frac{L^2}{2I}$，L 为角动量，求与此对应的量子体系在绕一固定轴（z 轴）转动时的定态能量及波函数：

六计算题（15 分）

设一质量为 m 的粒子在宽度为 a 的一维无限深势阱中，处于基态$\psi_1(x)$，能量为$E_1=\frac{\pi^2\hbar^2}{2ma^2}$。设 t=0 时刻势阱突然增宽为 2a，且粒子波函数来不及改变，

（1）求势阱宽为 2a 的无限深方势阱的能量本征值及本征态。

（2）对于加宽了的无限深方势阱，$\psi_1(x)$是否还是能量本征态？

（3）求测得粒子能量仍为E_1的概率。

七 计算题（20 分）

有一个二能级体系，哈密顿量为$H=H_0+H'$，　H_0和微扰算符H'的矩阵表示为

$H_0=\begin{pmatrix}E_1&0\\0&E_2\end{pmatrix}$　$H'=\lambda\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}$　其中λ表征微扰强度，$E_1\le E_2$。用微扰法求H的能量至二级近似，波函数至一级近似。